«ស្ថិតិវិទ្យា ដើមកំណើត និងការវិវឌ្ឍ»

រៀបរៀងដោយ៖
លោកបណ្ឌិត **ម៉ុង ម៉ារ៉ា** និង លោក **ខង ប៊ុនធឿន**
មន្ត្រីការិយាល័យស្ថិតិវិទ្យានិងការវិភាគទិន្នន័យ នៃផ្នែកគណិតវិទ្យានិងស្ថិតិ

ត្រួតពិនិត្យដោយ៖
លោក **យឹម អាយុវឌ្ឍនៈវិជ្ជា**
ប្រធានផ្នែកគណិតវិទ្យានិងស្ថិតិ នៃវិទ្យាស្ថានវិទ្យាសាស្ត្រនិងបច្ចេកវិទ្យា
នៃរាជបណ្ឌិត្យសភាកម្ពុជា

១. សេចក្តីផ្តើម

ទាំងក្នុងជីវភាពរស់នៅធម្មតាទាំងនៅក្នុងកិច្ចការងារជាផ្លូវការ តែងតែមានការកត់ត្រាទិន្នន័យ (ស្ថិតិ)។ សិស្សនិស្សិតនិងអ្នកសិក្សាស្រាវជ្រាវឬអ្នកគ្រប់គ្រងស្គាល់នូវមុខវិទ្យាវិទ្យាសាស្ត្រមួយឈ្មោះថាស្ថិតិវិទ្យា។ ការដឹងអំពីប្រវត្តិទាក់ទងនិងវិទ្យាសាស្ត្រនេះនិងការវិវឌ្ឍរបស់វា កាន់តែធ្វើឱ្យចំណេះដឹងអំពីវិស័យនេះមានពន្លឺច្បាស់ឡើងថែមទៀត។ តម្រូវការប្រើប្រាស់ចំណេះដឹងពីមុខវិទ្យានេះមាននៅក្នុងគ្រប់វិស័យ។

តើមុខវិទ្យាវិទ្យាសាស្ត្រនេះមានកំណើតតាំងពីពេលណាមក? តើវាមានការវិវឌ្ឍដូចម្តេចខ្លះ? អត្ថបទនេះនឹងបង្ហាញដោយសង្ខេបពីដើមកំណើតនិងការរីកចម្រើនជាបន្តបន្ទាប់។

២. សារចនានៃពាក្យ

នៅក្នុងការប្រើប្រាស់របស់មហាជនទូទៅ ពាក្យ«ស្ថិតិ»ដែលច្រើនប្រើនៅក្នុងឃ្លាថា «សម្រង់ស្ថិតិ» សំដៅដល់ន័យថា សម្រង់ព័ត៌មានអំពីចំនួន ដូចជាចំនួនមនុស្សប្រុស ស្រី កូនក្មេង ចំនួនសត្វពាហនៈ ជាដើម។ តាមវចនានុក្រមសម្តេចព្រះសង្ឃរាជជួនណាត ពាក្យ«ស្ថិតិ»សំដៅលើន័យច្រើនដែលក្នុងចំណោមនោះ ក៏មានន័យថា«ចំនួនដែលកត់ត្រា »ផងដែរ។ ពាក្យ «ស្ថិតិ» ត្រូវនឹងពាក្យក្នុងភាសាអង់គ្លេស «statistics»ដែលចម្លងចេញពីពាក្យក្នុងភាសាអាឡឺម៉ង់«statistik»។ ប្រភពដើមនៃពាក្យគឺ«status»នៅក្នុងភាសាឡាតាំង។ ពាក្យ « status»ក្នុងភាសាឡាតាំង បើនៅក្នុងភាសាអ៊ីតាលីវាត្រូវគ្នានឹងពាក្យ« statista» ហើយពាក្យទាំងពីរនេះមានន័យថា រដ្ឋាភិបាល(political state or government) ("History of Statistics," n.d.)។ កាលដើមឡើយ ស្ថិតិត្រូវបានប្រើប្រាស់ដោយពួកមេដឹកនាំ។ វាមានលក្ខណៈចង្អៀត។ ពួកមេដឹកនាំ និងព្រះរាជាតែងត្រូវការព័ត៌មានអំពីផ្ទៃដីកសិកម្ម ពាណិជ្ជកម្ម ចំនួនប្រជាជននៅក្នុងរដ្ឋពួកគេគ្រប់គ្រងដើម្បីដឹងអំពីសក្តានុពលកងទ័ព ធនធាន ការប្រមូលពន្ធនិងទិដ្ឋភាពផ្សេងៗទៀតនៅក្នុងរដ្ឋាភិបាល។

នៅឆ្នាំ១៧៤៩ នៅឯសាកលវិទ្យាល័យអាឡឺម៉ង់មួយ Gottfried Achenwall បានប្រើពាក្យ «statistic» ក្នុងន័យថា «វិទ្យាសាស្ត្រនយោបាយនៃប្រទេសផ្សេងៗ»។ នៅក្នុងឆ្នាំ១៧៧១[1] W. Hooper ដែលជាជនជាតិអង់គ្លេស បានប្រើពាក្យ ស្ថិតិវិទ្យា (statistics) នៅក្នុងការបកប្រែសៀវភៅដែលមានចំណងជើងថា«Elements of Universal Erudition» សរសេរដោយ Baron B.F Bieford ។ នៅក្នុងសៀវភៅនេះ ពាក្យស្ថិតិវិទ្យា (statistics) ថាជាវិទ្យាសាស្ត្រដែលបង្រៀនយើងនូវការរៀបចំនយោបាយនៃរដ្ឋទំនើបនានា ("History of Statistics," n.d.)។

ស្ថិតិវិទ្យាបច្ចុប្បន្នសំដៅដល់វិជ្ជាដែលសិក្សាអំពីការប្រមូល ការរៀបចំ ការបង្ហាញ ការវិភាគទិន្នន័យ ដើម្បីទាញរកការសន្និដ្ឋាន ជួយដល់ការសម្រេចចិត្ត (Bluman, 2018)។

៣. ការវិវឌ្ឍនៃស្ថិតិវិទ្យា

គេអាចនិយាយបានថាស្ថិតិវិទ្យាបានចាប់កំណើតនៅក្នុងអ្វីដែលជាការស្រង់ព័ត៌មានពីចំនួនតាំងពីរាប់ពាន់ឆ្នាំហើយ ប៉ុន្តែវាត្រូវបានអភិវឌ្ឍទៅជាមុខវិជ្ជាវិទ្យាសាស្ត្រមួយដែលសិក្សាអំពីចំនួនប្រជាជន សេដ្ឋកិច្ច និងអាកប្បកិរិយាផ្លូវចិត្តចាប់ពីដើមសតវត្សទី១៩មក ហើយដែលក្រោយមកទៀត វាបានក្លាយទៅជា គណិតូបករណ៍ (mathematical tool) ដ៏សំខាន់នៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យ។ ទម្រង់ងាយៗនៃស្ថិតិត្រូវបានប្រើប្រាស់តាំងតែពីការចាប់ផ្តើមមានអារ្យធម៌ដំបូងមកម្ល៉េះ ពោលគឺនៅពេលដែលរូបភាពឬសញ្ញាផ្សេងៗត្រូវប្រើប្រាស់ ដើម្បីកត់ត្រាចំនួនមនុស្ស សត្វ និងរបស់គ្មានជីវិត ដោយការចារនៅលើស្បែក ឬ នៅលើឈើនិងនៅលើជញ្ជាំងនៃរូងភ្នំ។ ជាង៣០០០ឆ្នាំមុនគ.សទៅទៀត ជនជាតិបាប៊ីឡូនប្រើបន្ទះធ្វើពីដីឥដ្ឋ ដើម្បីធ្វើតារាងកត់ត្រាទិន្នផលកសិកម្មនិងទំនិញនៅក្នុងការដោះដូរឬលក់ដូរ។ ជនជាតិអេហ្ស៊ីបធ្វើការវិភាគចំនួនប្រជាជននិងភោគទ្រព្យរបស់ប្រទេសខ្លួននៅមុនការចាប់ ផ្តើមសាងសង់ប្រាសាទពីរ៉ាមីតនៅសតវត្សទី៣១មុនគ.ស។ កំណត់ត្រាតួលេខនានាមាននៅក្នុងប្រទេសចិនតាំងពីជាង២០០០ឆ្នាំមុនគ.សមកដែរ។ ជនជាតិក្រិកបុរាណបានបង្កើតប្រជាសាស្ត្រនានាឡើង ដើម្បីប្រើជាមូលដ្ឋាននៅក្នុងវិស័យពន្ធដារនាអំឡុងដើមឆ្នាំ៥៩៤មុនគ.ស។ ចក្រភពរ៉ូម៉ាំងគឺជាប្រទេសទីមួយដែលបានប្រមូលទិន្នន័យយ៉ាងទូលំទូលាយអំពីចំនួនប្រជាជន ផ្ទៃដី ព្រមទាំងទ្រព្យធននៅក្នុងដែនដីទាំងឡាយក្រោមការគ្រប់គ្រង។

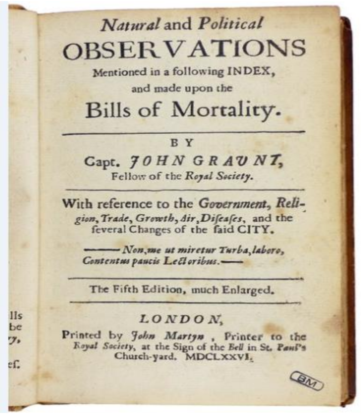
អ្នកប្រាជ្ញជាច្រើនបានកំណត់យកឆ្នាំ១៦៦២ថាជាការចាប់ផ្តើមជាផ្លូវការដំបូងនៃស្ថិតិវិទ្យាដោយភ្ជាប់ជាមួយការបោះពុម្ពស្នាដៃរបស់ John Graunt[2] ក្រោមចំណងជើងថា «Natural and Political Observations upon the Bills of Mortality»។

---

[1] ពាក្យ ស្ថិតិវិទ្យា(statistics) ត្រូវបានប្រើប្រាស់ជាលើកដំបូង (https://www.merriam-webster.com/dictionary/statistics#h1)

[2] មានសញ្ជាតិអង់គ្លេស កើតនៅថ្ងៃទី២៤ មេសា ១៦២០ ហើយស្លាប់នៅថ្ងៃទី១៨ មេសា ១៦៧៤។ គេទទួលស្គាល់គាត់ជាប្រជាសាស្ត្រវិទូម្នាក់ដែរ ថ្វីបើមុខរបររបស់គាត់ គឺជាអ្នកលក់សម្ភារៈដេរសម្លៀកបំពាក់ក៏ដោយ (https://en.wikipedia.org/wiki/John_Graunt)។

John Graunt



ការអនុវត្តដំបូងនៃការគិតបែបស្ថិតិវិទ្យា គឺស្ថិតនៅតែជុំវិញសេចក្តីត្រូវការរបស់រដ្ឋនានាដែលពឹងផ្អែកគោលនយោបាយលើទិន្នន័យសេដ្ឋកិច្ច និងប្រជាសាស្ត្រ។ វិសាលភាពនៃមុខវិជ្ជាស្ថិតិវិទ្យាបានរីកធំទូលាយនៅដើមសតវត្សទី១៩ ក្តោបទាំងការប្រមូលនិងវិភាគទិន្នន័យទូទៅ។ សព្វថ្ងៃនេះ ស្ថិតិវិទ្យាត្រូវបានប្រើប្រាស់យ៉ាងទូលំទូលាយនៅក្នុងកិច្ចការគ្រប់គ្រង ធុរៈកិច្ច (កិច្ចការជំនួញ) រួមទាំងវិទ្យាសាស្ត្រសង្គមនិងធម្មជាតិ។

ស្ថិតិវិទ្យាត្រូវចាត់ទុកជាវិទ្យាសាស្ត្រមួយដោយឡែកជាជាងមែកជាងមួយនៃគណិតវិទ្យា បើផ្អែកតាមឫសគល់ជាក់ស្តែងនិងការផ្តោតអំពីការអនុវត្តរបស់វា។ មូលដ្ឋានគ្រឹះគណិតវិទ្យាសម្រាប់ស្ថិតិវិទ្យាចាប់ផ្តើមកើតមានពីសតវត្សទី១៧ ជាមួយនិងការបង្កើតទ្រឹស្តីប្រូបាប៊ីលីតេដោយ Blaise Pascal និង Pierre de Fermat ចេញពីចំណោទរបស់អ្នកល្បែងជាតិបារាំងដែលប្រកបដោយទស្សនវិស័យ Chevalier de Méré (Bogomolny, 2018)។

វិធីការ៉េតូចបំផុត (least squares) ត្រូវបានលើកឡើងដោយ Carl Friedrich Gauss ក្នុងអំឡុងឆ្នាំ១៧៩៤។ ការប្រើប្រាស់ម៉ាស៊ីនកុំព្យូទ័រទំនើបបានធ្វើឱ្យការគណនាទ្រង់ទ្រាយធំ កាន់តែលឿននិងធ្វើឱ្យវិធីថ្មីៗជាច្រើនដែលមិនអាចប្រើការគណនាដោយដៃបាន អាចប្រព្រឹត្តិទៅរួច។ ច្បាប់ចំនួនធំ (Law of large number) ត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់លើកដំបូងដោយ Jakob Bernoulli[3] នៅក្នុងសៀវភៅរបស់គាត់ដែលមានឈ្មោះថា Ars Conjectandi នៅឆ្នាំ១៧១៣ ដែលជាងមួយសតវត្សក្រោយមកទៀតគណិតវិទូរុស្ស៊ី Pafnuty Chebyshev[4] បានធ្វើការបកស្រាយកាន់តែទូលំទូលាយអំពីច្បាប់ចំនួនធំលើមធ្យម (Routledge, 2005)។

[3] នៅក្នុងគ្រួសារនៃត្រកូល Bernoulli, Jacob Bernoulli ជាគណិតវិទូនិងមេកានិកវិទូ ជាតិស្វ៊ីស កើតនៅថ្ងៃទី៦ខែមករា ឆ្នាំ១៦៥៥ នៅ Basel ប្រទេសស្វ៊ីស និង ស្លាប់នៅថ្ងៃទី១៦ ខែសីហា ឆ្នាំ១៧០៥ នៅ Basel ប្រទេសស្វ៊ីស (https://en.wikipedia.org/wiki/Jacob_Bernoulli)។

[4] Pafnuty Lvovich Chebyshev កើតថ្ងៃទី១៦ ឧសភា ១៨២១ នៅរុស្ស៊ី និង ស្លាប់នៅថ្ងៃទី៨ ខែធ្នូ ឆ្នាំ១៨៩៤ នៅប្រទេសរុស្ស៊ី។ គាត់ជាជនជាតិរុស្ស៊ី ដែលគេទទួលស្គាល់នូវកិច្ចការរបស់គាត់ក្នុងវិស័យប្រូបាប៊ីលីតេ ស្ថិតិវិទ្យា មេកានិក និងទ្រឹស្តីចំនួន (https://en.wikipedia.org/wiki/Pafnuty_Chebyshev)។

Jakob Bernoulli

Pafnuty Chebyshev

បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេណរម៉ាល់មានសារៈសំខាន់បំផុតនៅក្នុងស្ថិតិវិទ្យា ត្រូវបានប្រើប្រាស់យ៉ាងច្រើន។ គណិតវិទូពីររូបគឺបានបង្កើតរូបមន្តសម្រាប់បំណែងចែកនេះ ដោយមិនទាក់ទងគ្នា គឺ Adrain នៅឆ្នាំ១៨០៨ និង Gauss នៅឆ្នាំ១៨០៩។ ការអនុវត្តដំបូងនៃបំណែងចែកណរម៉ាល់ គឺធ្វើឡើងចំពោះភាពល្អៀងនៃរង្វាស់នៅក្នុងការសង្កេតតារាសាស្ត្រ។ នៅសតវត្សទី១៧ ការកត់សម្គាល់អំពីភាពល្អៀងក្នុងការសង្កេតតារាសាស្ត្រ បាននាំឱ្យកើតមានសម្មតិកម្មនានា ប៉ុន្តែរហូតដល់សតវត្សទី១៩ ទើបមានការរកឃើញថាភាពល្អៀងទាំងនោះប្រព្រឹត្តទៅតាមបំណែងចែកណរម៉ាល់។ បំណែងចែកដដែលនេះក៏ត្រូវបានរកឃើញដោយ Laplace[5] នៅឆ្នាំ១៧៧៨។ គាត់បានបង្ហាញថា ថ្វីបើបំណែងចែកមួយមិនមែនជាបំណែងចែកណរម៉ាល់ក៏ដោយ ក៏បំណែងចែកនៃមធ្យមរបស់គំរូតាងទាំងឡាយដែលបង្កើតចេញពីបំណែងចែកនោះ ស្ទើរតែប្រព្រឹត្តទៅតាមបំណែងចែកណរម៉ាល់ដែរ ហើយថាបើទំហំគំរូតាងកាន់តែធំ នោះបំណែងចែកនៃមធ្យមរបស់គំរូតាងកាន់តែខិតទៅរកបំណែងចែកណរម៉ាល់ (Lane, n.d.)។ Quételet[6] គឺជាអ្នកទីមួយដែលបានអនុវត្តបំណែងចែកណរម៉ាល់ចំពោះលក្ខណៈនៃមនុស្ស។ គាត់បានចាត់ទុកថា កម្ពស់ ទម្ងន់ និងកម្លាំងរបស់មនុស្សប្រព្រឹត្តទៅតាមបំណែងចែកណរម៉ាល់។

Pierre-Simon Laplace

Adolphe Quetelet

[5] Pierre-Simon Laplace កើតនៅថ្ងៃទី២៣ មីនា ១៧៤៩ នៅ Normandy ប្រទេសបារាំង និង ស្លាប់នៅថ្ងៃទី ៥ មីនា ១៨២៧ នៅប៉ារីស ប្រទេសបារាំង (http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Laplace.html)។

[6] Adolphe Quetelet ដែលអាចហៅថា Quételet កើតនៅថ្ងៃទី២២ កុម្ភៈ ១៧៩៦ និង ស្លាប់នៅថ្ងៃទី១៧ កុម្ភៈ ១៨៧៤ ជាតារាវិទូ គណិតវិទូ ស្ថិតិវិទូ និង សង្គមវិទូផង ជនជាតិបែលហ្ស៊ិក។ គាត់ជាអ្នកបង្កើតមាត្រដ្ឋានសន្ទស្សន៍នៃម៉ាស់ដងខ្លួន (body mass index scale) ដែលឈ្មោះមានឈ្មោះដើមហៅថា Quetelet Index (https://en.wikipedia.org/wiki/Adolphe_Quetelet)។

ទ្រឹស្តីបទ រូបមន្ត និង វិធីនានាត្រូវបានបង្កើតឡើងដោយអ្នកប្រាជ្ញជាច្រើនទៀតរួមផ្សំនឹងការរីកចម្រើនខាងសមត្ថភាពនៃម៉ាស៊ីនកុំព្យូទ័រនិងសុសវែរផងនោះ បានញ៉ាំងឱ្យស្ថិតិវិទ្យាកាន់តែមានវិសាលភាពធំទូលាយនិងដើរតួនាទីកាន់តែសំខាន់នៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យ បង្កើតម៉ូដែលផ្សេងៗនៅក្នុងដំណោះស្រាយបញ្ហា។

មុខវិជ្ជាស្ថិតិវិទ្យានៅក្នុងការសិក្សាត្រូវបានបែងចែកជាពីរមែកធាង គឺស្ថិតិវិទ្យាពិពណ៌នា និង ស្ថិតិវិទ្យាសន្និដ្ឋាន។ ស្ថិតិវិទ្យាពិពណ៌នារួមមានវិធីមួយចំនួនសម្រាប់រៀបចំ សង្ខេប និង បង្ហាញទិន្នន័យដោយប្រើប្រាស់តារាង រង្វាស់មធ្យម រង្វាស់បង្ហាញភាពរាយប៉ាយរបស់ទិន្នន័យនិងក្រាហ្វិកជាដើម។ ស្ថិតិវិទ្យាសន្និដ្ឋាន ជាវិធីដែលប្រើនៅក្នុងការទាញសេចក្តីសន្និដ្ឋានទូទៅពីគំរូតាងទៅលើស្ថិតិសាកលទាំងមូលដោយប្រើប្រាស់ទ្រឹស្តីប្រូបាប៊ីលីតេ។ ដើម្បីបម្រើដល់គោលបំណងក្នុងវិស័យអប់រំ ស្ថិតិវិទ្យាត្រូវបានរៀបចំដាក់ឈ្មោះជាមុខវិជ្ជាផ្សេងៗដូចជា ស្ថិតិវិទ្យាគណិតវិទ្យា (mathematical statistics) ជីវស្ថិតិវិទ្យា(biostatistics) ស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់ចិត្តវិទ្យា (psychological statistics) ស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់ ធុរៈកិច្ចនិងសេដ្ឋកិច្ច (Business and economic statistics)ជាដើម។ ស្ថិតិវិទ្យាគណិតវិទ្យាសំដៅលើមុខវិជ្ជាដែលសិក្សាអំពីវិធី រូបមន្ត ទ្រឹស្តីបទ ច្បាប់ក្បួនជាទូទៅតាមបែបគណិតវិទ្យា រីឯផ្សេងទៀតគឺជាការអនុវត្តវិធី រូបមន្ត ទ្រឹស្តីបទ ច្បាប់ក្បួនទាំងនោះជាមួយនឹងបញ្ហាជាក់ស្តែងនៅក្នុងវិស័យនីមួយៗ។ រហូតមកដល់មួយរយៈចុងក្រោយថ្មីៗនេះ ស្ថិតិវិទ្យាក៏មានចំណែកមួយនៅក្នុងការរួមគ្នានិងមុខវិជ្ជាដទៃមួយចំនួនទៀតដូចជាគណិតវិទ្យា វិទ្យាសាស្ត្រព័ត៌មានវិទ្យា (information science) និង វិទ្យាសាស្ត្រកុំព្យូទ័រ (computer science) បង្កើតជាមុខវិជ្ជាវិទ្យាសាស្ត្រទិន្នន័យ (data science)។

៤. សេចក្តីសន្និដ្ឋាន

ស្ថិតិជាពាក្យប្រើសំដៅដល់កំណត់ត្រាព័ត៌មានអំពីចំនួន។ ស្ថិតិវិទ្យាសំដៅលើវិទ្យាសាស្ត្រដែលសិក្សាអំពីការប្រមូលទិន្នន័យ ការរៀបចំ ការសង្ខេប ការបង្ហាញ ការវិភាគ ដើម្បីទាញការសន្និដ្ឋានពីទិន្នន័យ។ វាមានប្រវត្តិចាប់ផ្តើមតាំងពីយូរលង់ណាស់មកហើយរាប់ចាប់តាំងពីមនុស្សចេះប្រើសញ្ញាដើម្បីកត់ត្រាចំនួនឬព័ត៌មានផ្សេងៗទាក់ទងនឹងជីវភាពរស់នៅ និង ការគ្រប់គ្រង។ វាមានការវិវឌ្ឍខ្លាំងអាចរាប់ចាប់ពីសតវត្សទី១៧មក នៅពេលដែលមានការបង្កើតរូបមន្តនិងទ្រឹស្តីបទថ្មីៗនៃប្រូបាប៊ីលីតេ។ បន្ថែមពីលើនេះទៀត វត្តមានម៉ាស៊ីនកុំព្យូទ័រក៏រឹតតែជំរុញការអនុវត្តទ្រឹស្តីក្នុងស្ថិតិវិទ្យាជាមួយនិងបញ្ហានៃពិភពជាក់ស្តែងក្នុងវិស័យនានាកាន់តែដុះដាលឡើង។ យើងអាចនិយាយថា មុខវិទ្យានេះមិនមែនជាមែកធាងមួយនៃគណិតវិទ្យាទេ ប៉ុន្តែប្រើប្រាស់គណិតវិទ្យានៅក្នុងនោះ។

អត្ថបទនេះមានលក្ខណៈសង្ខេបខ្លីមិនបានលាតត្រដាងលម្អិតទេ ដូច្នេះភាពលម្អិតរបស់ចំណុចនានាអំពីប្រវត្តិនិងការរីកចម្រើនរបស់ស្ថិតិវិទ្យាជាភារៈរបស់ការសិក្សាស្រាវជ្រាវក្រោយៗជាបន្តបន្ទាប់ទៀត។

ឯកសារយោង

Bluman, A. G. (2018). *Elementary statistics : a step by step approach* (Tenth edition. ed.). New York, NY: McGraw-Hill Education.

Bogomolny, A. (2018). *Chevalier de Méré's Problem.* Retrieved from https://www.cut-the-knot.org/Probability/ChevalierDeMere.shtml

History of Statistics. (n.d.). Retrieved from https://www.emathzone.com/tutorials/basic-statistics/history-of-statistics.html

Lane, D. M. (n.d.). History of the Normal Distribution. Retrieved from http://onlinestatbook.com/2/normal_distribution/history_normal.html

Routledge, R. (2005). Law of large numbers. Retrieved from https://www.britannica.com/science/law-of-large-numbers